

第七章 平面几何、空间几何体、解析几何

核心考点 1: 求阴影部分面积

(1) 公式法

(2) 比例法: 等高(底)问题; 相似问题

(3) 割补法

1、(07-10-15) 已知正方形 $ABCD$ 四条边与圆 O 内切, 而正方形 $EFGH$ 是圆 O 的内接正方形。已知正方形 $ABCD$ 的面积为 1, 则正方形 $EFGH$ 的面积是 ()。

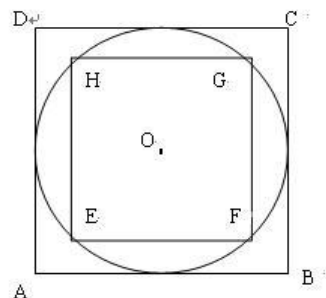
A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

E. $\frac{1}{4}$



2、(07-10-20) 三角形 ABC 的面积保持不变。

(1) 底边 AB 增加了 2 厘米, AB 上的高 h 减少了 2 厘米

(2) 底边 AB 扩大了 1 倍, AB 上的高 h 减少了 50%

3、(08-1-3) P 是以 a 为边长的正方形, P_1 是以 P 的四边中点为顶点的正方形, P_2 是以 P_1 的四边中点为顶点的正方形, P_i 是以 P_{i-1} 的四边中点为顶点的正方形, 则 P_6 的面积是 ()。

A. $\frac{a^2}{16}$

B. $\frac{a^2}{32}$

C. $\frac{a^2}{40}$

D. $\frac{a^2}{48}$

E. $\frac{a^2}{64}$

4、(08-1-5)方程 $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ 的两根分别为等腰三角形的腰 a 和底 b ($a < b$),

则该三角形的面积是 () .

A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{11}}{8}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ E. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

5、(09-10-12) 曲线 $|xy| + 1 = |x| + |y|$ 所围成的图形的面积为 () .

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1

D. 2 E. 4

6、(11-10-14) 如图，一块面积为 400 平方米的正方形土地被分割成甲、乙、丙、丁四个小长方形区域作为不同的功能区域，它们的面积分别为 128，192，48 和 32 平方米。乙的左小角划出一块正方形区域（阴影）作为公共区域，这块小正方形的面积为 () 平方米。



A. 16 B. 17

C. 18 D. 19

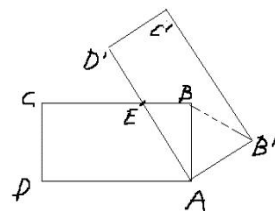
E. 20

7、(12-10-3) 若菱形两条对角线的长分别为 6 和 8，则这个菱形的周长和面积分别为 () .

A. 14, 24 B. 14, 48 C. 20, 12

D. 20, 24 E. 20, 48

8、(12-10-24) 如图，长方形 $ABCD$ 的长和宽分别为 $2a$ 和 a ，将其以顶点 A 为中心顺时针旋转 60° ，则四边形 $AECD$ 的面积为 $24 - 2\sqrt{3}$



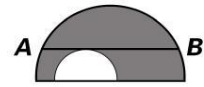
(1) $a = 2\sqrt{3}$

(2) $\Delta AB'B$ 的面积为 $3\sqrt{3}$

9、(14-10-13) 如右图所示，大小两个半圆的直径在同一直线上，弦 AB 与小半圆相切，

且与直径平行，弦 AB 长为 12。则图中阴影部分面积为 ()。

- A. 24π B. 21π
 C. 18π D. 15π
 E. 12π



10、(16-1-8) 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，与 AB 与 CD 的边长分别为 4 和 8。若 $\triangle ABE$ 的面积为 4，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()

- (A) 24. (B) 30
 (C) 32 (D) 36
 (E) 40

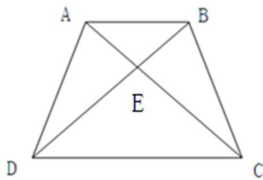
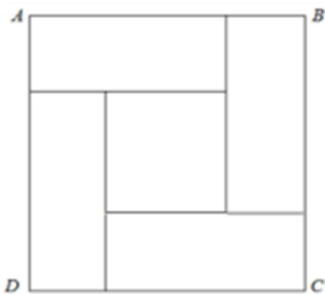


图 1

11、(16-1-17) 如图 6，正方形 $ABCD$ 由四个相同的长方形和一个小正方形拼成，则能确定小正方形的面积

- (1) 已知正方形 $ABCD$ 的面积
 (2) 已知长方形的长宽之比



12、(17-1-9) 某种机器人可搜索到的区域是半径为 1 的圆，若该机器人沿直线行走 10 米，则其搜索出的区域面积 (单位平方米) 为 ()。

A. $10 + \frac{\pi}{2}$

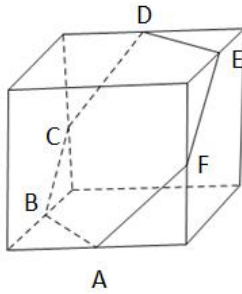
B. $10 + \pi$

C. $20 + \frac{\pi}{2}$

D. $20 + \pi$

E. 10π

13、(19-1-12) 如图，六边形 $ABCDEF$ 是平面与棱长为 2 的正方体所截得到的，若 A, B, D, E 分别为相应棱的中点，则六边形 $ABCDEF$ 的面积为。



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{3}$

E. $4\sqrt{3}$

14、(20-1-12) 圆 O 的内接三角形 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,底边 $BC=6$, 顶角为 45° , 则圆 O 的面积为()

A. 12π

B. 16π

C. 18π

D. 32π

E. 36π

15、(22-1-6) 如图，在棱长为 2 的正方体中， A, B 是顶点， C, D 是所在棱的中点，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()。

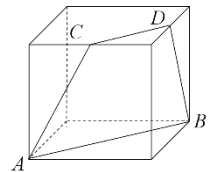
A. $9/2$

B. $7/2$

C. $3\sqrt{2}/2$

D. $2\sqrt{5}$

E. $3\sqrt{2}$



15、(08-10-5) 下左图中，若 $\triangle AEC$ ， $\triangle DEC$ ， $\triangle BED$ 的面积相等，且三角形 ABC 面积为 1，则 $\triangle AED$ 的面积是 ()。

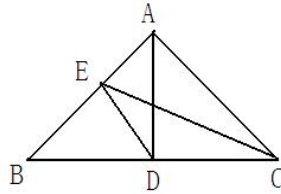
A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{5}$

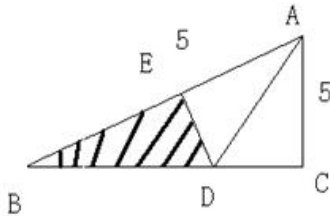
D. $\frac{1}{4}$

E. $\frac{2}{5}$



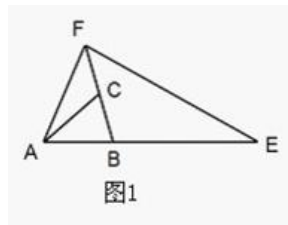
16、(09-1-12) 直角三角形 ABC 的斜边 $AB = 13$ 厘米, 直角边 $AC = 5$ 厘米, 把 AC 对折到 AB 上去与斜边组合重合, 点 C 与点 E 重合, 折痕为 AD (如图), 则图中阴影部分的面积为 () .

- A .20 B. $40/3$ $38/3$
 D .14 E. 12



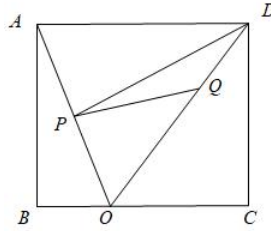
17、(14-1-3) 如图 1, 已知 $AE = 3AB$, $BF = 2BC$. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 2, 则 $\triangle AEF$ 的面积为 () .

- (A) 14 (B) 12 (C) 10
 (D) 8 (E) 6



18、(19-1-21) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 面积。 O 为 BC 上一点, P 为 AO 的中点, Q 为 DO 上一点, 则能确定 $S_{\triangle PQD}$ 面积.

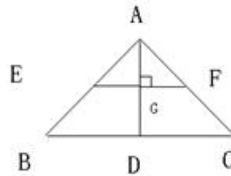
- (1) O 为 BC 的三等分点;
 (2) Q 为 DO 的三等分点。



19、(10-1-25)在三角形 ABC 中, 已知 $EF \parallel BC$, 则三角形 AEF 的面积等于梯形 $EBCF$ 的面积

(1) $|AG| = 2|GD|$

(2) $|BC| = \sqrt{2}|EF|$



20、(17-1-2) 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 满足 $AB:A'B' = AC:A'C' = 2:3$, $\angle A + \angle A' = \pi$, 则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为 () .

- A. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}:\sqrt{5}$ C. 2:3
- D. 2:5 E. 4:9

21、(20-1-10)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=30^\circ$, 将线段 AB 绕点 B 旋转至 $A'B$, 使 $\angle A'BC=60^\circ$, 则 $\triangle A'BC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比的 ()

- A.1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E. $\sqrt{3}$

22、(22-1-9) 在直角 $\triangle ABC$ 中, D 为斜边 AC 的中点, 以 AD 为直径的圆交 AB 于 E , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 8, 则 $\triangle AED$ 的面积为 () .

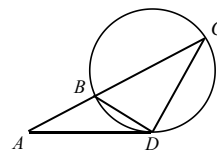
- A.1 B.2 C.3 D.4 E.6

23、(22-1-16) 如图, AD 与圆相切于点 D , AC 与圆相交于点 B , 则能确定 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BDC$

的面积之比。

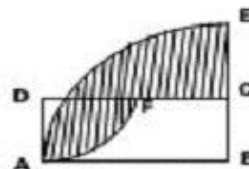
(1) 已知 AD/CD ;

(2) 已知 BD/CD 。



24、(08-1-7) 如图所示长方形 $ABCD$ 中的 $AB=10\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$, 设 AB 和 AD 分别为半径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()。

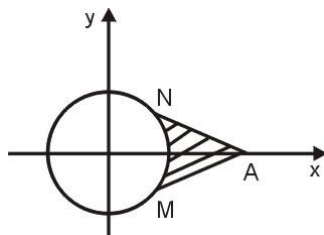
- A. $25 - \frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ B. $25 + \frac{125}{2}\pi\text{cm}^2$
 C. $50 + \frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$ D. $\frac{125}{4}\pi - 50\text{cm}^2$



E. 以上都不是

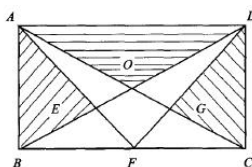
25、(08-10-7) 过点 $A(2,0)$ 向圆 $x^2 + y^2 = 1$ 作两条切线 AM 和 AN (见上右图), 则两切线围成的面积 (图中阴影部分) 为 ()。

- A. $1 - \frac{\pi}{3}$ B. $1 - \frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$
 D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ E. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$



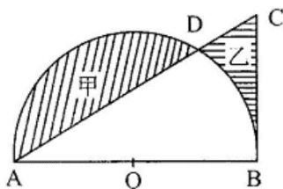
26、(10-1-14) 长方形 $ABCD$ 的两条边分别为 8m 和 6m , 四边形 $OEFG$ 的面积是 4m^2 , 则阴影部分的面积为 ()。

- A. 32m^2 B. 28m^2 C. 24m^2
 D. 20m^2 E. 16m^2



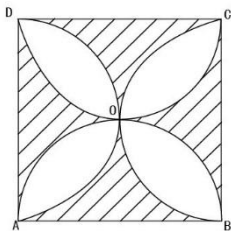
27、(10-10-11) 图中，阴影甲的面积比阴影乙的面积多 28cm^2 ， $AB = 40\text{cm}$ ， CB 垂直 AB ，则 BC 的长为 () cm . (π 取到小数点后两位)

- A.30 B.32 C.34
D.36 E.40



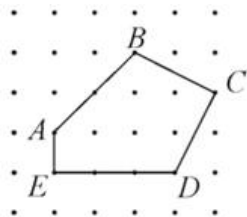
28、(11-1-9) 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，弧 AOB ， BOC ， COD ， DOA 均为半圆，则阴影部分的面积为 () .

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $1 - \frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{2} - 1$ E. $2 - \frac{\pi}{2}$



29、(11-10-13) 如图，若相邻点的水平距离与竖直距离都是 1，则多边形 $ABCDE$ 的面积为 () .

- A. 7 B. 8 C. 9
D. 10 E. 11



30、(12-1-14) 如图，三个边长为一的正方形所覆盖区域 (实线所围) 的面积为 () .

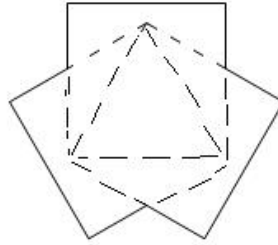
A. $3 - \sqrt{2}$

B. $3 - \frac{3\sqrt{2}}{4}$

C. $3 - \sqrt{3}$

D. $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

E. $3 - \frac{3\sqrt{3}}{4}$



31、(13-10-10) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，弧 AOC 是四分之一圆周， $EF \parallel AD$ ，若 $DF = a, CF = b$ ，则阴影部分的面积为 ()。

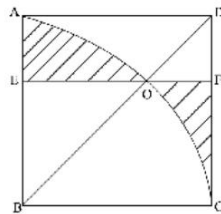
A. $\frac{1}{2}ab$

B. ab

C. $2ab$

D. $b^2 - a^2$

E. $(b - a)^2$



32、(14-1-5) 如图 2，圆 A 与圆 B 的半径均为 1，则阴影部分的面积为 ()。

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

E. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

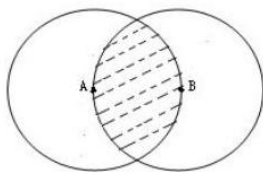
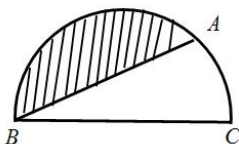


图 2

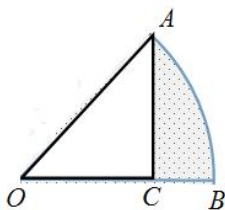
33、(15-1-4) 如图所示, BC 是半圆直径, 且 $BC=4$, $\angle ABC=30^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 () .

- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C. $\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$
 D. $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$ E. $2\pi - 2\sqrt{3}$



34、(17-1-14) 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$, $OA=1$, $AC \perp OB$, 则阴影部分的面积为 () .

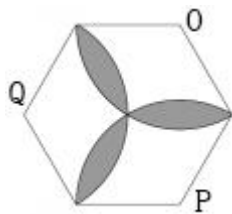
- A. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ B. $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{8}$ C. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$
 D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$ E. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$



35、(21-1-9) 如图, 正六边形长为 1, 分别以正六边形的顶点 O 、 P 、 Q 为圆心, 以 2 为半径作圆弧, 则阴影部分面积为 () .

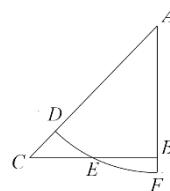
- A. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$ E. $2\pi - 3\sqrt{3}$



36、(22-1-4) 如图， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，以 A 为圆心的圆弧交 AC 于 D ，交 BC 于 E ，交 AB 的延长线于 F 。若曲边三角形 CDE 与 BEF 的面积相等，则 $AD/AC = ()$ 。

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$ D. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ E. $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

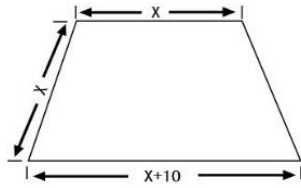


核心考点 2: 求长度

- (1) 勾股定理
- (2) 相似三角形 (平行)
- (3) 特殊三角形三边比例
- (4) 直角三角形双垂直模型
- (5) 弧长、周长的计算
- (6) 全等

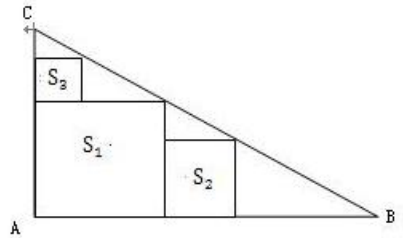
1、(11-1-18) 等腰梯形的上底与腰均为 x ，下底为 $x+10$ ，则 $x=13$ 。

- (1) 该梯形的上底与下底之比为 13:23。
- (2) 该梯形的面积为 216。



2、(12-1-2) $\triangle ABC$ 是直角三角形, $S_1S_2S_3$ 为正方形, 已知 a, b, c , 分别是 $S_1S_2S_3$ 的边长, 则 () .

- A. $a = b + c$ B. $a^2 = b^2 + c^2$
 C. $a^2 = 2b^2 + 2c^2$ D. $a^3 = b^3 + c^3$
 E. $a^3 = 2b^3 + 2c^3$



3、(13-1-7) 如图 1, 在直角三角形 ABC 中,

$AC = 4, BC = 3, DE \parallel BC$, 已知梯形 $BCED$ 的面积为 3, 则 DE 长为 () .

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $4\sqrt{3} - 4$
 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ E. $\sqrt{2} + 1$

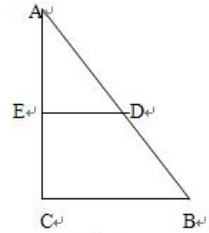
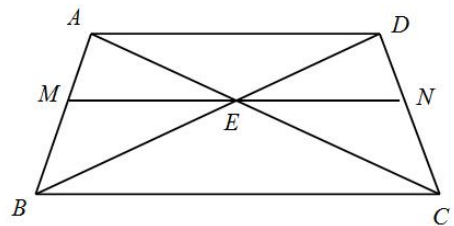


图 1

4、(15-1-8) 如图所示, 梯形 $ABCD$ 的上底与下底分别为 5, 7, E 为 AC 和 BD 的交点, MN 过点 E 且平行于 AD , 则 $MN =$ () .

- A. $\frac{26}{5}$ B. $\frac{11}{2}$
 C. $\frac{35}{6}$ D. $\frac{36}{7}$
 E. $\frac{40}{7}$



5、(14-1-20) 如图 4, O 是半圆的圆心, C 是半圆上的一点, $OD \perp AC$. 则能确定 OD 的长.

- (1) 已知 BC 的长.
 (2) 已知 AO 的长.

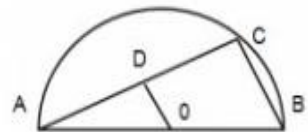


图 4

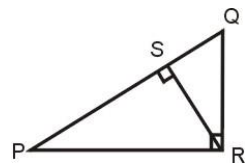
6、(20-1-16) 在三角形 ABC 中, $\angle B=60^\circ$. 则 $\frac{c}{a} > 2$.

- (1) $\angle C < 90^\circ$ (2) $\angle C > 90^\circ$

7、(08-10-18) $PQ \cdot RS = 12$

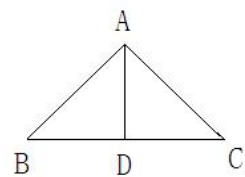
(1) 如图, $QR \cdot PR = 12$

(2) 如图, $PQ = 5$



8、(10-1-5) 在直角三角形 ABC 区域内部有座山, 现计划从 BC 边上某点 D 开凿一条隧道到点 A , 要求隧道长度最短, 已知 AB 长为 5km, AC 长为 12km, 则所开凿的隧道 AD 的长度约为 ().

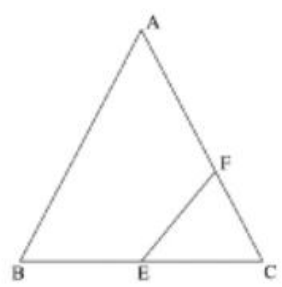
- A. 4.12km B. 4.22km
 C. 4.42km D. 4.62km
 E. 4.92km



图一

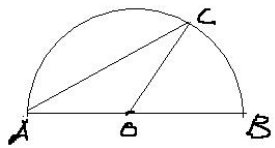
9、(13-10-7) 如图, $AB = AC = 5, BC = 6, E$ 是 BC 的中点, $EF \perp AC$, 则 $EF = ()$.

- (A) 1.2 (B) 2
 (C) 2.2 (D) 2.4
 (E) 2.5

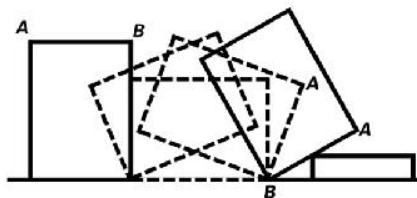


10、(12-10-10) 如图, AB 是半圆 O 的直径, AC 是弦, 若 $AB = 6, \angle ACO = \frac{\pi}{6}$, 则弧 BC 的长度为 ().

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. π
 C. 2π D. 1
 E. 2

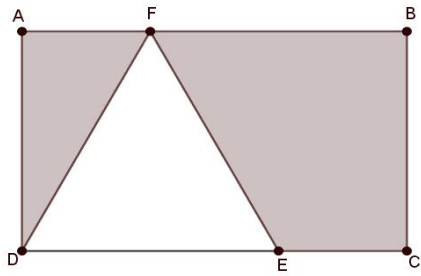


11、(14-10-15) 一个长为 8cm，宽为 6cm 的长方形木板在桌面上做无滑动的滚动（顺时针方向），如下图所示，第二次滚动中被一小木块垫住而停止，使木板边 AB 与桌面成 30° 角，则木板滚动中，点 A 经过的路径长为（ ）。



- A. 4π
- B. 5π
- C. 6π
- D. 7π
- E. 8π

12、(18-1-20) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AF=EC$ 。则三角形 AFD 与四边形 $BCEF$ 能拼接成一个直角三角形



- (1) $FB=2EC$
- (2) $FD=EF$

核心考点 3：判定三角形形状

- (1) 三角形
- (2) 直角三角形
- (3) 等腰直角三角形

1、(14-10-20) 三条长度分别为 a, b, c 的线段能构成一个三角形。

- (1) $a + b > c$ 。
- (2) $b - c < a$ 。

2、(13-1-18) $\triangle ABC$ 的边长分别为 a, b, c ，则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

- (1) $(c^2 - a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = 0$
- (2) $\triangle ABC$ 的面积为 $ab/2$

3、(11-1-20) 已知三角形 ABC 的三条边长分别为 a, b, c 。则三角形 ABC 是等腰直角三角形。

(1) $(a-b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

(2) $c = \sqrt{2}b$

4、(22-1-19) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上的点, BD, AB, BC 成等比数列。则 $\angle BAC = 90^\circ$ 。

(1) $BD = DC$;

(2) $AD \perp BC$ 。

核心考点 4: 三角形的四心

(1) 重心

(2) 垂心

(3) 外心

(4) 内心

1、(19-1-10)10. 在三角形 ABC 中 $AB = 4, AC = 6, BC = 8, D$ 为 BC 中点, 则 $AD = ()$ 。

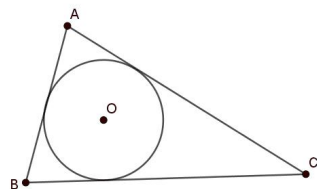
- A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{10}$ C. 3 D. $2\sqrt{2}$ E. $\sqrt{7}$

2、(16-1-22) .已知 M 的一个平面有限点集, 则平面上存在到 M 中各点距离相等的点

- (1) M 中只有三个点
 (2) M 中的任意三点都不共线

3、(18-1-4) 如图, 圆 O 是三角形 ABC 的内切圆, 若三角形 ABC 的面积与周长的大小之比为 1:2, 则圆 O 的面积为 ()。

- A. π B. 2π
 C. 3π D. 4π
 E. 5π



核心考点 5: 空间几何体

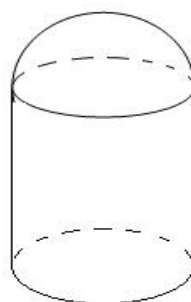
(1) 长方体、立方体

(2) 圆柱体、柱体

(3) 球体

(4) 组合体问题

1、(12-1-3) 一个储物罐的下半部分是底面直径与高均是 20m 的圆柱形、上半部分(顶部)是半球形, 已知底面与顶部的造价是 $400\text{元}/\text{m}^2$, 侧面的造价是 $300\text{元}/\text{m}^2$, 该储物罐的造价是 (). ($\pi \approx 3.14$)



- (A) 56.52 万元 (B) 62.8 万元
(C) 75.36 万元 (D) 87.92 万元
(E) 100.48 万元

2、(13-1-10) 将体积为 $4\pi\text{cm}^3$ 和 $32\pi\text{cm}^3$ 的两个实心金属球熔化后铸成一个实心大球, 则大球的表面积为 ().

- A. $32\pi\text{cm}^2$ B. $36\pi\text{cm}^2$ C. $38\pi\text{cm}^2$
D. $40\pi\text{cm}^2$ E. $42\pi\text{cm}^2$

3、(14-1-12) 如图 3, 正方体棱长为 2, F 是棱长 $C'D'$ 的中点, 则 AF 的长为 ().

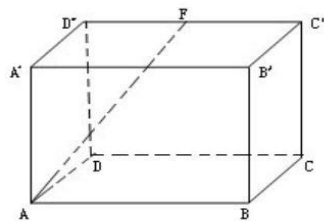


图 3

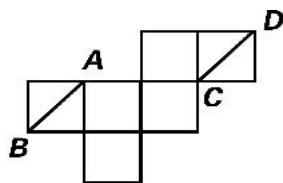
- (A) 3 (B) 5
(C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{3}$

4、(14-1-15) 某工厂在半径为 5cm 的球形工艺品上镀一层装饰金属, 厚度为 0.01cm, 已知装饰金属的原料是棱长为 20cm 的正方体锭子, 则加工 10000 个该工艺品需要的锭子数量最少为 () 不考虑加工损耗, $\pi \approx 3.14$)

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 20

5、(14-10-11) 右图是一个棱长为 1 的正方体表面展开图。在该正方体中， AB 与 CD 确定的截面面积为 ()。

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 C. 1 D. $\sqrt{2}$
 E. $\sqrt{3}$



6、(15-1-5) 有一根圆柱形铁管，管壁厚度为 0.1 米，内径 1.8 米，长度 2，若该铁管熔化后浇铸成长方体，则该长方体体积为 () (单位 $m^3, \pi \approx 3.14$)。

- A. 0.38 B. 0.59 C. 1.19
 D. 5.09 E. 6.28

7、(15-1-25) 底面半径为 r ，高为 h 的圆柱体表面积记为 S_1 ，半径为 R 的球体表面积记为 S_2 ，则 $S_1 \leq S_2$ 。

(1) $R \geq \frac{r+h}{2}$

(2) $R \leq \frac{r+2h}{3}$

8、(16-1-9) 现有长方形木板 340 张，正方形木板 160 张 (图 2) 这些木板加好可以装配成若干竖式和横式的无盖箱子 (图 3)，装配成的竖式和横式箱子的个数为 ()

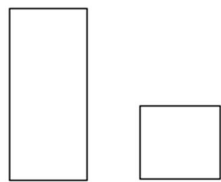


图 2

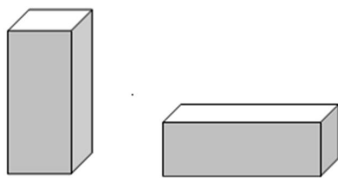


图 3

- (A) 25, 80 (B) 60, 50 (C) 20, 70
 (D) 64, 40 (E) 40, 60

9、(20-1-21) 则能确定长方体的体积对角线

(1) 已知长方体, 一个顶点的三个面的面积.

(2) 已知长方体, 一个顶点的三个面的面对角线.

10. (17-1-21) 如图, 一个铁球沉入水池中, 则能确定铁球的体积.

(1) 已知铁球露出水面的高度

(2) 已知水深及铁球与水面交线的周长

11. (18-1-14) 如图, 圆柱体的底面半径为 2, 高为 3, 垂直于底面的平面截圆柱体所得截面为矩形 ABCD. 若弦 AB 所对的圆心角是 $\pi/3$, 则截掉部分 (较小部分) 的体积为 ().

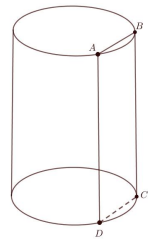
A. $\pi - 3$

B. $2\pi - 6$

C. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

D. $2\pi - 3\sqrt{3}$

E. $\pi - \sqrt{3}$



12、(11-1-4) 现有一个半径为 R 的球体, 拟用刨床将其加工成正方体, 则能加工成的最大正方体的体积是 ().

A. $\frac{8}{3}R^3$

B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$

C. $\frac{4}{3}R^3$

D. $\frac{1}{3}R^3$

E. $\frac{\sqrt{3}}{9}R^3$

13、(16-1-15) 如图 5, 在半径为 10 厘米的球体上开一个底面半径是 6 厘米的圆柱形洞, 则洞的内壁面积为 (单位: 平方厘米) ()

(A) 48π

(B) 288π

(C) 96π

(D) 576π

(E) 192π

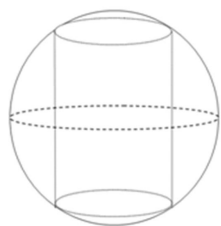
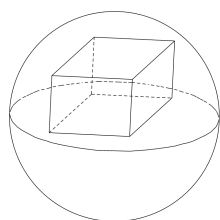


图5

14、(19-1-9) 如图，正方体位于半径为 3 的球内，且一面位于球的大圆上，则正方体的面积最大为 ()

- A.12 B.18 C.24 D.30 E.36



15、(21-1-7) 若球体的内接正方体的体积为 8m^3 ，则该球体的表面积为 () m^2 。

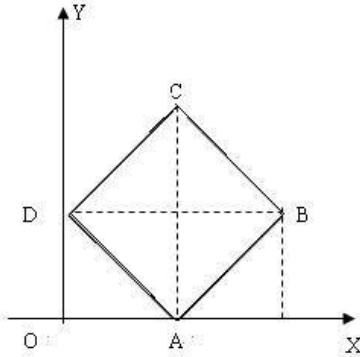
- A. 4π B. 6π C. 8π D. 12π E. 24π

核心考点 6: 直线方程

1、(07-10-23) 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 1。

(1) AB 所在的直线方程为 $y = x - \frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) AD 所在的直线方程为 $y = 1 - x$



2、(08-1-17) 两直线 $y = x + 1$, $y = ax + 7$ 与 x 轴所围成的面积是 $\frac{27}{4}$

(1) $a = -3$

(2) $a = -2$

3、(08-10-25) 方程 $x^2 + mxy + 6y^2 - 10y - 4 = 0$ 的图形是两条直线。

(1) $m = 7$

(2) $m = -7$

4、(08-10-30) 直线 $y = x$, $y = ax + b$ 与 $x = 0$ 所围成的三角形的面积等于 1。

(1) $a = -1, b = 2$

(2) $a = -1, b = -2$

5、(09-1-13) 设直线 $nx + (n+1)y = 1$ (n 为正整数) 与两坐标轴围成的三角形面积

$S_n (n = 1, 2, \dots, 2009)$, 则 $S_1 + S_2 + \dots + S_{2009} = ()$.

A. $1/2 \times 2009 / 2008$ B. $1/2 \times 2008 / 2009$ C. $1/2 \times 2009 / 2010$

D. $1/2 \times 2010 / 2009$ E. 都不对

6、(10-10-18) 直线 $y = ax + b$ 经过第一、二、四象限 ()。

(1) $a < 0$

(2) $b > 0$

7、(10-10-19) 不等式 $3ax - \frac{5}{2} \leq 2a$ 的解集是 $x \leq \frac{3}{2}$ ().

(1) 直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 与 x 轴的交点是 $(1, 0)$

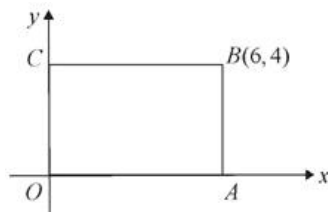
(2) 方程 $\frac{3x-1}{2} - a = \frac{1-a}{3}$ 的根为 $x = 1$

8、(11-10-25) 如右图, 在直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标是 $(6, 4)$,

则直线 l 将矩形 $OABC$ 分成了面积相等的两部分

(1) $l: x - y - 1 = 0$

(2) $l: x - 3y + 3 = 0$



9、(12-1-18) 直线 $y = ax + b$ 过第二象限。

(1) $a = -1, b = 1$

(2) $a = 1, b = -1$

10、(13-10-24) 设直线 $y = x + b$ 分别在第一和第三象限与曲线 $y = \frac{4}{x}$ 相交于点 A , 点

B 。则能确定 b 的值。

(1) 已知以 AB 为对角线的正方形的面积。

(2) 点 A 的横坐标小于纵坐标。

11、(14-10-8) 直线 $x - 2y = 0, x + y - 3 = 0, 2x - y = 0$ 两两相交构成 $\triangle ABC$, 以下各点中, 位于 $\triangle ABC$ 内的点是 ().

A. $(1, 1)$

B. $(1, 3)$

C. $(2, 2)$

D. $(3, 2)$

E. $(4, 0)$

12、(15-1-13) 设点 $A(0, 2)$ 和 $B(1, 0)$, 在线段 AB 上取一点 $M(x, y)$ ($0 < x < 1$), 则以 x, y 为两边长的矩形面积最大值为 ().

A. $\frac{5}{8}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

E. $\frac{1}{8}$

13. (16-1-11) 如图 4, 点 A, B, O 的坐标分别为 $(4, 0), (0, 3), (0, 0)$, 若 (x, y) 是 $\triangle AOB$ 中的点, 则 $2x+3y$ 的最大值为 ().

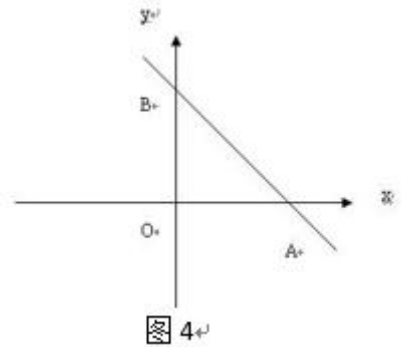
(A) 6

(B) 7

(C) 8

(D) 9

(E) 12



14. (18-1-22) 已知点 $P(m,0), A(1,3), B(2,1)$,

点 (x,y) 在三角形 PAB 上, 则 $x-y$ 的最小值与最大值分别为 -2 和 1

(1) $m \leq 1$

(2) $m \geq -2$

核心考点 7: 圆的方程与圆的位置关系

1、(07-10-14) 圆 $x^2 + (y-1)^2 = 4$ 与 x 轴的两个交点是 () .

A. $(-\sqrt{5}, 0), (\sqrt{5}, 0)$ B. $(-2, 0), (2, 0)$ C. $(0, -\sqrt{5}), (0, \sqrt{5})$

D. $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$ E. $(-\sqrt{2}, -\sqrt{3}), (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

2、(08-1-22) 动点 (x, y) 的轨迹是圆。

(1) $|x-1| + |y| = 4$

(2) $3(x^2 + y^2) + 6x - 9y + 1 = 0$

3、(08-1-28) 圆 $c_1: \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 与圆: $c_2: x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ 有交点。

(1) $0 < r < \frac{5}{2}$

(2) $r > \frac{15}{2}$

4、(09-10-24) 圆 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ 与圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2 (r > 0)$ 相切。

(1) $r = 5 \pm 2\sqrt{3}$

(2) $r = 5 \pm 2\sqrt{2}$

5、(10-10-11) 若圆的方程是 $x^2 + y^2 = 1$, 则它的右半圆 (在第一象限和第四象限内的部分) 的方程是 () .

A. $y - \sqrt{1-x^2} = 0$ B. $x - \sqrt{1-y^2} = 0$ C. $y + \sqrt{1-x^2} = 0$

D. $x + \sqrt{1-y^2} = 0$ E. $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

6、(13-1-16) 已知平面区域

$D_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}, D_2 = \{(x, y) | (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \leq 9\}$, 则 D_1, D_2 覆盖区域

的边界长 8π

(1) $x_0^2 + y_0^2 = 9$

(2) $x_0 + y_0 = 3$

7、(13-10-17) 已知圆 $A: x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$. 则圆 B 和圆 A 相切。

(1) 圆 $B: x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$.

(2) 圆 $B: x^2 + y^2 - 6x = 0$.

8、(14-10-9) 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 6y + 6 = 0$ ().

A. 外离 B. 外切 C. 相交

D. 内切 E. 内含

9、(16-1-10) 圆 $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ 上到原点距离最远的点是 ().

(A) (-3, 2) (B) (3, -2) (C) (6, 4)

(D) (-6, 4) (E) (6, -4)

10、(20-1-7) 设实数 x, y 满足 $|x-2| + |y-2| = 2$, 则 $x^2 + y^2$ 的取值范围是 ().

A.[2, 18] B.[2, 20] C.[2, 36]

D.[4, 18] E.[4, 20]

核心考点 8: 直线与圆的位置关系

1、(09-1-14) 若圆 $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 与 x 轴交与 A 点, 与 Y 轴交与 B 点, 则与此圆相切于劣弧 AB 中点 M (注: 小于半圆的弧称为劣弧) 的切线方程是 ().

A. $y = x + 2 - \sqrt{2}$ B. $y = x + 1 - 1/\sqrt{2}$ C. $y = x - 1 + 1/\sqrt{2}$

D. $y = x - 2 + \sqrt{2}$ E. $y = x + 1 - \sqrt{2}$

2、(09-1-24) 圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 和直线 $(1+2\lambda)x + (1-\lambda)y - 3 - 3\lambda = 0$ 相交两点。

(1) $\lambda = 2\sqrt{3}/5$

(2) $\lambda = 5\sqrt{3}/2$

3、(09-10-11) 曲线 $x^2 - 2x + y^2 = 0$ 上的点到直线 $3x + 4y - 12 = 0$ 的最短距离是 () .

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. 1

D. $\frac{4}{3}$ E. $\sqrt{2}$

4、(10-1-10) 已知直线 $ax - by + 3 = 0 (a > 0, b > 0)$ 过圆 $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$ 的圆心, 则 ab 的最大值为 () .

A. $\frac{9}{16}$ B. $\frac{11}{16}$ C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{9}{8}$ E. $\frac{9}{4}$

5、(10-10-10) 直线 L 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 A, B 两点中点的坐标为 $(1, 1)$, 则直线 L 的方程为 () .

A. $y - x = 1$ B. $y - x = 2$ C. $y + x = 1$

B.D. $y + x = 2$ E. $2y - 3x = 1$

6、(10-10-23) 直线 $y = k(x + 2)$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的一条切线 () .

(1) $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$

7、(11-1-11) 设 P 是圆 $x^2 + y^2 = 2$ 上的一点, 该圆在点 P 的切线平行于直线 $x + y + 2 = 0$, 则点 P 的坐标为 () .

A. $(-1, 1)$ B. $(1, -1)$ C. $(0, \sqrt{2})$

D. $(\sqrt{2}, 0)$ E. $(1, 1)$

8、(11-1-21) 直线 $ax + by + 3 = 0$ 被圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 截得的线段长度为 $2\sqrt{3}$ 。

(1) $a = 0, b = -1$

(2) $a = -1, b = 0$

9、(11-10-15) 已知直线 $y = kx$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2y$ 有两个交点 A, B 。若 AB 的长度大于 $\sqrt{2}$ ，则 k 的取值范围是 ()。

A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$

D. $(1, +\infty)$ E. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

10、(11-10-20) 直线 l 是圆 $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0$ 的一条切线

(1) $l: x - 2y = 0$

(2) $l: 2x - y = 0$

11、(12-1-9) 在直角坐标系中，若平面区域 D 中所有点的坐标 (x, y) 均满足 $\{0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 6, |y-x| \leq 3, x^2 + y^2 \geq 9, \}$ 则 D 的面积是 ()。

A. $\frac{9}{4}(1+4\pi)$ B. $9(4-\frac{\pi}{4})$ C. $9(3-\frac{\pi}{4})$

D. $\frac{9}{4}(2+\pi)$ E. $\frac{9}{4}(1+\pi)$

12、(12-10-2) 设实数 x, y 满足 $x + 2y = 3$ ，则 $x^2 + y^2 + 2y$ 的最小值为 ()。

A. 4 B. 5 C. 6

D. $\sqrt{5}-1$ E. $\sqrt{5}+1$

13、(12-10-13) 设 A, B 分别是圆周 $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 3$ 上使得 $\frac{y}{x}$ 取得最大值和最小值的点， O 是坐标原点，则 $\angle AOB =$ ()。

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

E. $\frac{5\pi}{12}$

14、(14-1-13) 已知直线 L 是圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1,2)$ 处的切线, 则 L 在 y 轴上的截距为 ().

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

E. 5

15、(14-1-25) 已知 x, y 为实数. 则 $x^2 + y^2 \geq 1$.

(1) $4y - 3x \geq 5$.

(2) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 5$.

16、(14-10-17) 直线 $y = k(x+2)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切。

(1) $k = \frac{1}{2}$ 。

(2) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

17、(15-1-12) 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x-a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 = ()$.

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$

E. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

18、(15-1-19) 圆盘 $x^2 + y^2 \leq 2(x+y)$ 被直线 L 分成面积相等的两部分.

(1) $L: x+y=2$

(2) $L: 2x-y=1$

19、(17-1-18) $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$ 与 x 轴相切, 则能确定 c 的值.

(1) 已知 a 的值(2) 已知 b 的值

20、(18-1-9) 已知圆 $C: x^2 + (y-a)^2 = b$, 若圆 C 在点 $(1,2)$ 处的切线与 y 轴的交点为 $(0,3)$, 则 $ab = ()$.

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

E. 2

21、(18-1-24) 设 a, b 为实数, 则圆 $x^2 + y^2 = 2y$ 与直线 $x + ay = b$ 不相交。

(1) $|a - b| > \sqrt{1 + a^2}$

(2) $|a + b| > \sqrt{1 + a^2}$

22、(19-1-18) 直线 $y = kx$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 有两个交点。

(1) $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < 0$

(2) $0 < k < \frac{\sqrt{2}}{2}$

23、(19-1-24) 设三角形区域 D 由直线 $x + 8y - 56 = 0$, $x - 6y + 42 = 0$ 与 $kx - y + 8 - 6k = 0 (k < 0)$ 围成, 则对任意的 $(x, y) \in D$, $\lg(x^2 + y^2) \leq 2$.

(1) $k \in (-\infty, -1]$

(2) $k \in \left[-1, -\frac{1}{8}\right)$

24、(20-1-17) 圆 $x^2 + y^2 = 2x + 2y$ 上的点到直线 $ax + by + \sqrt{2} = 0$ 距离的最小值大于 1 .

(1) $a^2 + b^2 = 1$.

(2) $a > 0, b > 0$.

25、(21-1-10) 已知 ABCD 是圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的内接四边形, 若 AC 是直线 $x = 3$ 与圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的交点, 则四边形 ABCD 面积的最大值为 () .

A.20 B.24 C.40 D.48 E.80

26、(21-1-20) 20. 设 a 为实数, 圆 $C: x^2 + y^2 = ax + ay$. 则能确定圆 C 的方程。

(1) 直线 $x + y = 1$ 与圆 C 相切

(2) 直线 $x - y = 1$ 与圆 C 相切

27、(21-1-21) 设 x, y 为实数, 则能确定 $x \leq y$.

(1) $x^2 \leq y - 1$

(2) $x^2 + (y - 2)^2 \leq 2$

核心考点 9: 对称问题

1、(07-10-12) 点 $p_0(2,3)$ 关于直线 $x+y=0$ 的对称点是 ().

A. $(4,3)$ B. $(-2,-3)$ C. $(-3,-2)$

D. $(-2,3)$ E. $(-4,-3)$

2、(08-1-12) 以直线 $y+x=0$ 为对称轴且与直线 $y-3x=2$ 对称的直线方程为 ().

A. $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$ B. $y = \frac{x}{-3} + \frac{2}{3}$ C. $y = -3x - 2$

D. $y = -3x + 2$ E. 以上都不是

3、(08-1-24) $a = -4$

(1) 点 $A(1,0)$ 关于直线 $x-y+1=0$ 的对称点是 $A'\left(\frac{a}{4}, -\frac{a}{2}\right)$

(2) 直线 $l_1:(2+a)x+5y=1$ 与直线 $l_2:ax+(2+a)y=2$ 垂直

4、(10-10-22) 圆 c_1 是圆 $c_2:x^2+y^2+2x-6y-14=0$ 关于直线 $y=x$ 的对称圆 ().

(1) 圆 $c_1:x^2+y^2-2x-6y-14=0$

(2) 圆 $c_1:x^2+y^2+2y-6x-14=0$

5、(12-10-19) 直线 L 与直线 $2x+3y=1$ 关于 x 轴对称

(1) $L:2x-3y=1$

(2) $L:3x+2y=1$

6、(13-1-8) 点 $(0,4)$ 关于直线 $2x+y+1=0$ 的对称点为 ().

A. $(2,0)$ B. $(-3,0)$ C. $(-6,1)$

D. $(4,2)$ E. $(-4,2)$

7、(19-1-5) 设圆 C 与圆 $(x-5)^2+y^2=2$ 关于 $y=2x$ 对称, 则圆 C 的方程为 ()

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$

B. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 2$

C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 2$

D. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 2$

E. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$

边缘考点 1: 角度

1、(14-10-6) 如右图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于 E , $\angle BED = 150^\circ$, 则 $\angle A$ 的大小为 ().

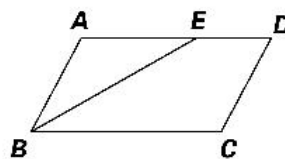
A. 100°

B. 110°

C. 120°

D. 130°

E. 150°



本章自我总结: