第六章　数 列

核心考点 1：数列$\{a_n\}$中，a_n与S_n有如下关系：$\begin{cases} a_1 = S_1 \\ a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2) \end{cases}$

1、（08-1-11）如果数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n = \frac{3}{2}a_n - 3$，那么这个数列的通项公式是（　）.

A．$a_n = 2(n^2 + n + 1)$　　B．$a_n = 3 \times 2^n$　　C．$a_n = 3n + 1$

D．$a_n = 2 \times 3^n$　　E．以上结果均不正确

2、（08-10-22）$a_1 = \frac{1}{3}$

（1）在数列$\{a_n\}$中，$a_3 = 2$

（2）在数列$\{a_n\}$中，$a_2 = 2a_1, a_3 = 3a_2$

3、（10-10-17）$x_n = 1 - \frac{1}{2^n} (n = 1, 2, \cdots)$.（　）

（1）$x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 - x_n) (n = 1, 2, \cdots)$

（2）$x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + x_n) (n = 1, 2, \cdots)$

4、（11-10-23）已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1} = \frac{a_n + 2}{a_n + 1} (n = 1, 2, \cdots)$，则$a_2 = a_3 = a_4$

（1）$a_1 = \sqrt{2}$　　（2）$a_1 = -\sqrt{2}$

5、（14-10-10）已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1} = \frac{a_n + 2}{a_n + 1}, n = 1, 2, 3, \cdots$, 且$a_2 > a_1$,那么$a_1$的取值范围是（　）.

A．$a_1 < \sqrt{2}$　　B. $-1 < a_1 < \sqrt{2}$　　C. $a_1 > \sqrt{2}$

D. $-\sqrt{2}<a_1<\sqrt{2}$且$a_1\neq -1$　　　　E. $-1<a_1<\sqrt{2}$或$a_1<-\sqrt{2}$

6、（13-1-25）设 $a_1=1,a_2=k,\cdots,a_{n+1}=\left|a_n-a_{n-1}\right|,\left(n\geq 2\right)$，则 $a_{100}+a_{101}+a_{102}=2$.

（1）$k=2$

（2）k 是小于 20 的正整数

7、（20-1-11）已知数列$\left\{a_n\right\}$满足 $a_1=1,a_2=2$,且 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n(n=1,2,3,\cdots)$,

则 $a_{100}=$（　　）

A.1　　B.-1　　C.2　　D.-2　　E.0

8、（15-1-22）已知 $M=(a_1+a_2+a_3\cdots+a_{n-1})(a_2+a_3+\cdots+a_n)$；

$N=(a_1+a_2+a_3\cdots+a_n)(a_2+a_3+\cdots+a_{n-1})$，则 $M>N$.

（1）$a_1>0$

（2）$a_1a_n>0$

9、（16-1-24）已知数列 a_1、a_2、$a_3\cdots a_{10}$，则 $a_1-a_2+a_3\cdots a_9-a_{10}\geq 0$

（1）$a_n>a_{n+1},n=1,2,3\cdots 9$

（2）$a_n^2>a_{n+1}^2,n=1,2,3\cdots 9$

核心考点 2：等差数列通项公式

(1) $a_n=a_1+(n-1)d$

(2) $a_n=a_m+(n-m)d$

(3) $a_n=nd+(a_1-d)$

1、（08-10-12）下列通项公式表示的数列为等差数列的是（　）.

A. $a_n=\dfrac{n}{n+1}$　　B. $a_n=n^2-1$　　C. $a_n=5n+(-1)^n$

D. $a_n = 3n-1$ E. $a_n = \sqrt{n} - \sqrt[3]{n}$

2、（08-10-21）$a_1a_8 < a_4a_5$

（1）$\{a_n\}$为等差数列，且$a_1 > 1$

（2）$\{a_n\}$为等差数列，且公差$d \neq 0$

3、（12-10-5）在等差数列中，$a_2 = 4, a_4 = 8,$ 且$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{a_ka_{k+1}} = \frac{5}{21}$，则$n =$（ ）.

（A）16 （B）17 （C）19

（D）20 （E）21

4、（15-1-23）设$\{a_n\}$是等差数列，则能确定数列$\{a_n\}$.

（1）$a_1 + a_6 = 0$

（2）$a_1a_6 = -1$

核心考点 3：等差数列求和公式

$$S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

1、（09-10-22）等差数列$\{a_n\}$的前 18 项和$S_{18} = \frac{19}{2}$。

（1）$a_3 = \frac{1}{6}, a_6 = \frac{1}{3}$

（2）$a_3 = \frac{1}{4}, a_6 = \frac{1}{2}$

2、（11-1-25）已知$\{a_n\}$为等差数列,则该数列的公差为零。

（1）对任何正整数n，都有$a_1 + a_2 + \cdots + a_n \leq n$

（2）$a_2 \geq a_1$

3、（13-10-8）设数列$\{a_n\}$满足：$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{n}{3}(n \geq 1)$, 则$a_{100} =$（ ）.

（A）1650　　（B）1651　　（C）$\dfrac{5050}{3}$

（D）3300　　（E）3301

4、（14-10-7）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_3=3,S_6=24,$则此等差数列的公差d等于（　）.

A. 3　　B. 2　　C. 1

D. $\dfrac{1}{2}$　　E. $\dfrac{1}{3}$

5、（19-1-25）设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则$\{a_n\}$为等差数列。

（1）$S_n=n^2+2n,n=1,2,3$；　　（2）$S_n=n^2+2n+1,n=1,2,3$

6、（11-1-7）一所四年制大学每年的毕业生七月份离校，新生九月份入学，该校 2001 年招生 2000 名，之后每年比上一年多招 200 名，则该校 2007 年九月底的在校学生有（　）.

A.14000 名　　B.11600 名　　C.9000 名

D.6200 名　　E.3200 名

7、（12-10-11）在一次数学考试中，某班前 6 名同学的成绩恰好成等差数列，若前 6 名同学的平均成绩为 95 分，前 4 名同学的成绩之和为 388 分，则第 6 名同学的成绩为（　）.

（A）92　　（B）91　　（C）90

（D）89　　（E）88

8、（09-1-3）某工厂定期购买一种原料，已知该厂每天需用该原料6吨，每吨价格1800元，原料的保管等费用平均每天每吨3元，每次购买原材需支付运费900元，若该厂要是平均每天支付的总费用最省，则应该每（　）天购买一次原料。

A.11　　B. 10　　C. 9

D. 8　　E. 7

9、（16-1-13）.某公司以分期付款方式购买一套定价为 1100 万元的设备，首期付款 100 万元，之后每月付款 50 万元，并支付上期余额的利息，月利率 1%，该公司为此设备支付了（　　）

（A）1195 万元　　（B）1200 万元　　（C）1205 万元

（D）1215 万元　　（E）1300 万元

核心考点 4：等差数列下角标的性质

(1) 若 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$

(2) 若 a,b,c 成等差数列，则 $2b=a+c$

1、（07-10-11）已知等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_2+a_3+a_{10}+a_{11}=64$, 则 $S_{12}=$（　）.

A.64　　B.81　　C.128

D.192　　E.188

2、（10-1-19）已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，公差为 d，$a_1+a_2+a_3+a_4=12$, 则 $a_4=0$

（1）$d=-2$

（2）$a_2+a_4=4$

3、（13-1-13）已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 a_2 和 a_{10} 是方程 $x^2-10x-9=0$ 的两个根，则 $a_5+a_7=$（　）.

A.-10　　B.-9　　C.9

D.10　　E.12

4、（14-1-4）已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_2-a_5+a_8=9$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_9=$（　）.

A.27　　B.45　　C.54

D.81　　E.162

5、（14-1-21）方程 $x^2+2(a+b)x+c^2=0$ 有实根.

（1）a,b,c 是一个三角形的三边长.

（2）实数 a,c,b 成等差数列.

6、（22-1-24）已知正数列 $\{a_n\}$，则 $\{a_n\}$ 为等差数列。

（1）$a_{n+1}^2-a_n^2=2n$，$n=1,2,\cdots\cdots$；　　（2）$a_1+a_3=2a_2$。

核心考点 5：等差数列最值问题

1、（15-1-20）已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列，S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_n \geq S_{10}$，$n=1,2,\ldots$

（1）$a_{10}=0$

（2）$a_{11}a_{10}<0$

2、（20-1-5）若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=8$，且 $a_2+a_4=a_1$，则 $\{a_n\}$ 前 n 项和的最大值为（　）

A.16　　B.17　　C.18　　D.19　　E.20

核心考点 6：　等差数列奇数项和

（1）$S_{2k-1}=(2k-1)a_k$；

（2）等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n，则有 $\dfrac{a_k}{b_k}=\dfrac{S_{2k-1}}{T_{2k-1}}$.

1、（09-1-25）$\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 与 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $S_{19}:T_{19}=3:2$

（1）$\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是等差数列。　　（2）$a_{10}:b_{10}=3:2$

2、（11-10-9）若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $5a_7-a_3-12=0$，则 $\sum_{k=1}^{15}a_k=$（　）.

A. 15　　B. 24　　C. 30

D. 45　　E. 60

3、（18-1-17）设 $\{a_n\}$ 为等差数列，则能确定 $a_1+a_2+\cdots+a_9=$ 的值。

（1）已知 a_1 的值

（2）已知a_5的值

核心考点 7：等比数列通项公式

$$a_n = a_1 q^{n-1} = a_m q^{n-m} = \frac{a_1}{q} q^n$$

1、（14-10-22）等比数列$\{a_n\}$满足$a_2 + a_4 = 20$。则$a_3 + a_5 = 40$。

（1）公比$q = 2$。

（2）$a_1 + a_3 = 10$。

2.（19-1-15）数列$\{a_n\}$满足$a_1 = 0$，$a_{n+1} - 2a_n = 1$，则$a_{100} =$（　）。

A. $2^{99} - 1$　　B. 2^{99}　　C. $2^{99} + 1$　　D. $2^{100} - 1$　　E. $2^{100} + 1$

3、（21-1-24）已知数列$\{a_n\}$，则数列$\{a_n\}$为等比数列

（1）$a_n a_{n+1} > 0$

（2）$a_{n+1}{}^2 - 2a_n{}^2 - a_{n+1} \cdot a_n = 0$

4、（22-1-21）某直角三角形的三边长 a、b、c 成等比数列，则能确定公比的值。

（1）a 是直角边；　　（2）c 是斜边。

核心考点 8：等比数列求和公式

（1）$S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$

（2）$S_n = \dfrac{a_1 - q a_n}{1-q} (q \neq 1)$

（3）$S = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \cdots = \dfrac{a_1}{1-q} (0 < |q| < 1)$

1、（08-1-20）$S_2+S_5=2S_8$（　）.

（1）等比数列前n项和为S_n，且公比为$q=-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

（2）等比数列前n项和为S_n，且公比为$q=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

2、（09-1-8）$(1+x)+(1+x)^2+\cdots(1+x)^n=a_1(x-1)+2a_2(x-1)^2+\cdots+na_n(x-1)^n$，则，$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=$（　）.

A．$\frac{3^n-1}{2}$　　B.$\frac{3^{n+1}-1}{2}$　　C.$\frac{3^{n+1}-3}{2}$

D.$\frac{3^n-3}{2}$　　E.$\frac{3^n-3}{4}$

3、（09-1-16）$a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=\frac{1}{3}(4^n-1)$

（1）数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2^n$

（2）在数列$\{a_n\}$中，对任意正整数n，有$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots a_n=2^n-1$

4、（10-1-23）甲企业一年的总产值为$\frac{a}{p}\left[(1+p)^{12}-1\right]$

（1）甲企业一月份的产值为a，以后每月产值的增长率为p

（2）甲企业一月份的产值为$\frac{a}{2}$，以后每月产值的增长率为$2p$

5、（12-10-7）设$\{a_n\}$是非负等比数列，若$a_3=1,a_5=\frac{1}{4}$，则$\sum_{n=1}^{8}\frac{1}{a_n}=$（　）.

A.255　　B.$\frac{255}{4}$　　C.$\frac{255}{8}$

D.$\frac{255}{16}$　　E.$\frac{255}{32}$

6、（09-10-10）一个球从100米高处自由落下，每次着地后又跳回前一次高度的一半再

落下。当它第10次着地时，共经过的路程是（　）米。（精确到1米且不计任何阻力）

A. 300　　B. 250　　C. 200

D. 150　　E. 100

7、（10-1-3）某地震灾区现居民住房的总面积为a平方米，当地政府计划每年以 10%的住房增长率建设新房，并决定每年拆除固定数量的危旧房，如果 10 年后该地的住房总面积正好比现有住房面积增加一倍，那么，每年应该拆除危旧房的面积是（　）平方米.

（注：$1.1^9 \approx 2.4, 1.1^{10} \approx 2.6, 1.1^{11} \approx 2.9$精确到小数点后一位）

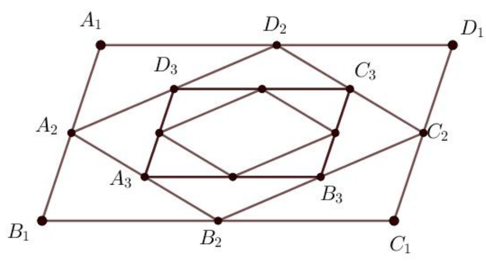
A. $\frac{1}{80}a$　　B. $\frac{1}{40}a$　　C. $\frac{3}{80}a$　　D. $\frac{1}{20}a$　　E. $\frac{1}{16}a$

8、（12-1-8） 某人在保险柜中存放了M元现金，第一天取出它的$\frac{2}{3}$，以后每天取出前一天所取的$\frac{1}{3}$，共取了 7 次，保险柜中剩余的现金为（　）.

A. $\frac{M}{3^7}$元　　B. $\frac{M}{3^6}$元　　C. $\frac{2M}{3^6}$元

D. $[1-(\frac{2}{3})^7]M$ 元　　E. $[1-7\times(\frac{2}{3})^7]M$ 元

9.（18-1-6）如图，四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是平行四边形，A_2，B_2，C_2，D_2 分别是 $A_1B_1C_1D_1$ 四边的中点，A_3，B_3，C_3，D_3 分别是四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 四边的中点，依次下去，得到四边形序列 $A_nB_nC_nD_n$（n=1,2,3...）.设 $A_nB_nC_nD_n$ 是面积为 S_n，且 $S_1=12$，则 $S_1+S_2+S_3+...=$（　）.



A.16　　B.20　　C.24

D.28　　E.30

核心考点 9：等比数列的性质

（1） 若 $m+n=p+q$，则 $a_m a_n = a_p a_q$

（2）若 a,b,c 成等比数列，则 $b^2=ac$

1、（10-10-13）等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_3,a_8 是方程 $3x^2+2x-18=0$ 的两个根，则 $a_4\cdot a_7=$（　）.

（1）-9　　B.-8　　C.-6

（2）D.6　　E.8

2、（11-10-6）若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2a_4+2a_3a_5+a_2a_8=25$，且 $a_1>0$，则 $a_3+a_5=$（　）.

A. 8　　B. 5　　C. 2

D. -2　　E. -5

3、（13-10-21）设 $\{a_n\}$ 是等比数列。则 $a_2=2$。

（1）$a_1+a_3=5.$

（2）$a_1a_3=4.$

4、（18-1-19）甲、乙、丙三人的年收入成等比数列，则能确定乙的年收入的最大值。

（1）已知甲、丙两人的年收入之和

（2）已知甲、丙两人的年收入之积

5、（19-1-16）甲、乙、丙三人各自拥有不超过 10 本图书，甲再购入 2 本图书后，他们拥有的图书数量构成等比数列，则能确定甲拥有图书的数量。

（1）已知乙拥有的图书数量；

（2）已知丙拥有的图书数量。

6、（22-1-23）已知 a、b 为实数，则能确定 a/b 的值。

（1）a、b、$(a+b)$ 为等比数列；　　（2）$a(a+b)>0$。

核心考点 10：等差等比数列混合问题

1、（07-10-1）$\dfrac{\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3+\cdots+(\frac{1}{2})^8}{0.1+0.2+0.3+\cdots+0.9}=$（ ）.

A. $\dfrac{85}{768}$　　B. $\dfrac{85}{512}$　　C. $\dfrac{85}{384}$

D. $\dfrac{255}{256}$　　E.以上结论不正确

2、（07-10-21）$S_6=126$

（1）数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=10(3n+4)(n\in N)$

（2）数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=2^n(n\in N)$

3、（10-1-4）在右边的表格中每行为等差数列，每列为等比数列，$x+y+z=$（ ）.

2	$\frac{5}{2}$	3
x	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$
a	y	$\frac{3}{4}$
b	c	z

A.2　　B. $\dfrac{5}{2}$　　C. 3

D. $\dfrac{7}{2}$　　E.4

4、（09-1-11）若数列$\{a_n\}$中，$a_n\neq 0(n\geq 1), a_1=1/2$, 前$n$项和

$a_n=2S_n^2/(2S_n-1)(n\geq 2)$，则$\{1/S_n\}$是（ ）.

A.首项为2、公比为$1/2$的等比数列

B.首项为2、公比为2的等比数列

C.既非等差数列也非等比数列

D.首项为2、公差为$1/2$的等差数列

E.首项为2、公差为2的等差数列

5、（11-1-16）实数 a,b,c 成等差数列。

（1）e^a,e^b,e^c 成等比数列。

（2）$\ln a,\ln b,\ln c$ 成等差数列。

6、（12-1-17）已知 $\{a_n\},\{b_n\}$ 分别为等比数列与等差数列，$a_1=b_1=1$,则 $b_2\geq a_2$

（1）$a_2>0$

（2）$a_{10}=b_{10}$

7、（10-10-21）一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 无实根（　）.

（1）a,b,c 成等比数列，且 $b\neq 0$

（2）a,b,c 成等差数列

8、（13-10-23）设 a,b 为常数。则关于 x 的二次方程 $(a^2+1)x^2+2(a+b)x+b^2+1=0$ 具有重实根。

（1）$a,1,b$ 成等差数列。

（2）$a,1,b$ 成等比数列。

9、（14-1-18）甲、乙、丙三人的年龄相同.

（1）甲、乙、丙的年龄成等差数列.

（2）甲、乙、丙的年龄成等比数列.

10.（17-1-25）设 a,b 是两个不相等的实数，则 $f\left(x\right)=x^2+2ax+b$ 的最小值小于零.

（1）$1,a,b$ 成等差数列

（2）$1,a,b$ 成等比数列

11、(21-1-25)给定两个直角三角形，则这两个直角三角形相似

（1）每个直角三角形边长成等比数列

（2）每个直角三角形边长成等差数列

本章自我总结: